

Introdução ao estudo dos conjuntos

Teoria

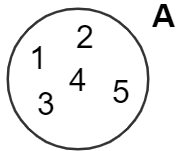
Definição

Um conjunto é uma reunião não ordenada de elementos.

Representação

Um conjunto pode ser representado de três formas:

- Diagrama de Venn



- Listagem
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- Descrição
 $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 5\}$

Tipos de conjuntos

Conjunto vazio

É um conjunto que não possui elementos. O conjunto vazio é representado por $\{\}$ ou \emptyset .

Obs: Nunca representamos o conjunto vazio desta forma $\{\emptyset\}$.

Conjunto unitário

É um conjunto que possui somente um único elemento.

Conjunto universo

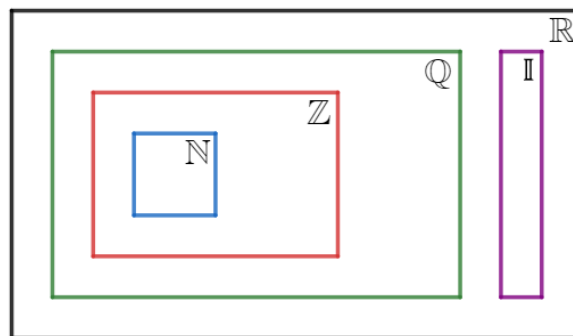
É o conjunto de todos os elementos que devem ser considerados.

Conjuntos numéricos

Alguns dos principais conjuntos numéricos são:

- Conjunto dos números naturais (\mathbb{N});
- Conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z});
- Conjunto dos números racionais (\mathbb{Q});
- Conjunto dos números irracionais (\mathbb{I});
- Conjunto dos números reais (\mathbb{R}).

A relação entre eles pode ser expressa da seguinte forma:



Relação de pertinência e inclusão

Pertinência: relação entre elemento e conjunto

- \in : pertence;
- \notin : não pertence.

Inclusão: relação entre conjunto e conjunto

- \subset : está contido;
- $\not\subset$: não está contido;
- \supset : contém;
- $\not\supset$: não contém.

Exemplo: Dados os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{1,2\}$, podemos fazer algumas afirmações, como:

- $1 \in A$ lê-se "1 pertence à A"
- $\{1\} \subset A$ lê-se "{1} está contido em A"
- $A \supset B$ lê-se "A contém B"
- $3 \notin B$ lê-se "3 não pertence à B"

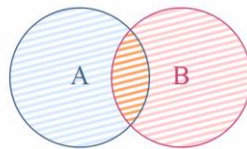
Subconjuntos

Quando todos os elementos de um conjunto A qualquer pertencem a um outro conjunto B , diz-se, então, que A é um subconjunto de B , ou seja $A \subset B$. Observações:

- Todo o conjunto A é subconjunto dele próprio, ou seja $A \subset A$;
- O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja $\emptyset \subset A$.
- Um conjunto de n elementos possui 2^n subconjuntos.

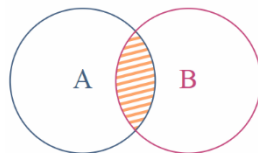
União de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B , define-se como união dos conjuntos A e B ao conjunto representado por $A \cup B$, formado por todos os elementos pertencentes a A ou B , ou seja: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$



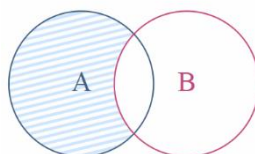
Intersecção de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B , define-se como intersecção dos conjuntos A e B ao conjunto representado por $A \cap B$, formado por todos os elementos pertencentes a A e B , simultaneamente, ou seja: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$



Diferença de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B , define-se como diferença entre A e B (nesta ordem) ao conjunto representado por $A - B$, formado por todos os elementos pertencentes a A , mas que não pertencem a B , ou seja $A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$



Observação: Se $B \subset A$, outra forma de denotar a diferença de conjuntos ($A - B$) é por C_A^B . Leia-se essa notação por "conjunto complementar de B em relação à A ".

Exercícios de fixação

1. Seja o conjunto $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{3,4,5\}$. O conjunto $A \cup B$ será:
(A) $\{1,2,3,3,4,5\}$.
(B) $\{1,2,3,4,5\}$.
(C) $\{3\}$.
 2. Seja o conjunto $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{3,4,5,6\}$; O conjunto $A \cap B$ será:
(A) $\{1,2,3,4,5,6\}$.
(B) $\{3,4,5,6\}$.
(C) $\{3,4,5\}$.
 3. Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{3,6,9\}$. Qual é o conjunto $B - A$?
(A) $\{3,6,9\}$.
(B) $\{1,2,4,5\}$.
(C) $\{6,9\}$.
 4. Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{2,3,4\}$. Podemos afirmar que:
(A) $A \subset B$.
(B) $B \subset A$.
(C) $A \cap B = \emptyset$.
 5. Um conjunto A possui um total de 32 subconjuntos. Qual é o número de elementos desse conjunto A ?
(A) 5.
(B) 4.
(C) 6.
-

Exercícios de vestibulares



1. (Fatec, 2019) Entre as pessoas que compareceram à festa de inauguração do Descomplica, estavam alguns dos amigos de Eduardo. Além disso, sabe-se que nem todos os melhores amigos de Eduardo foram à festa de inauguração.

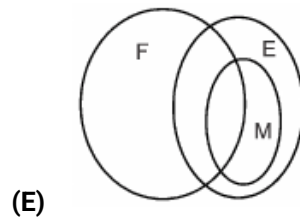
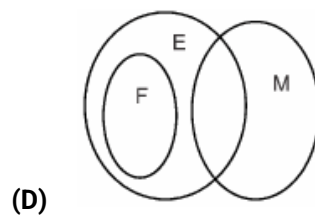
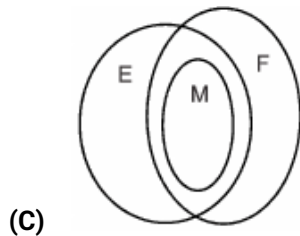
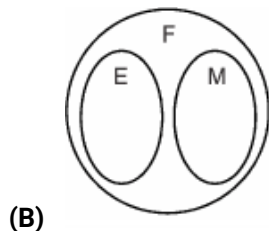
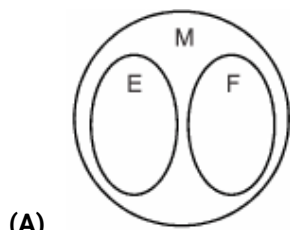
Considere:

F: conjunto das pessoas que foram à festa de inauguração.

E: conjunto dos amigos de Eduardo.

M: conjunto dos melhores amigos de Eduardo.

Com base nessas informações, assinale a alternativa que contém o diagrama de Euler-Venn que descreve corretamente a relação entre os conjuntos.



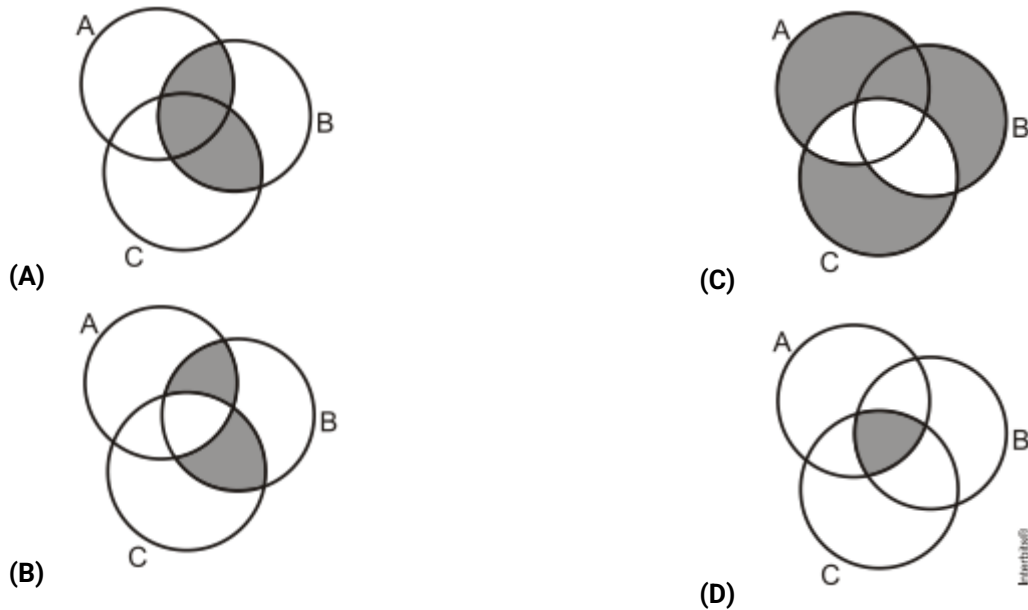
2. (UECE, 2020) Um número natural p , maior que 1, é chamado número primo quando seus únicos divisores positivos são o número 1 e o próprio p . Se K é o conjunto de todos os números naturais primos e menores do que 20, então, o número de subconjuntos de K é

- (A) 128.
- (B) 256.
- (C) 420.
- (D) 512.

3. (Mackenzie) Sendo $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ e $B = \{2, 3, 7\}$, então o complementar de B em A é:
- (A) $\{\}$.
 - (B) $\{8\}$.
 - (C) $\{8, 9, 10\}$.
 - (D) $\{9, 10, 11\dots\}$.
 - (E) $\{1, 5, 8\}$.
4. (IFAL, 2012) Considerando-se os conjuntos $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$, assinale a alternativa correta.
- (A) $B \supset A$, logo $A \cap B = B$.
 - (B) $A \cup B = A$, pois $A \cap B = B$.
 - (C) $A \in B$.
 - (D) $8 \subset B$.
 - (E) $A \cup B = B$, pois $A \subset B$.



5. (UFJS, 2013) O diagrama que representa o conjunto $[(A \cap B) - C] \cup [(C \cap B) - A]$ é:



Inter@ção

6. (UFG, 2004) Sejam os conjuntos: $A = \{2n, n \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{2n - 1, n \in \mathbb{Z}\}$. Analise as sentenças abaixo:

- I. $A \cap B = \{\}$;
- II. A é o conjunto dos números pares;
- III. $A \cup B = \mathbb{Z}$

Está correto o que se afirma em:

- (A) I e II, apenas.
 - (B) II, apenas.
 - (C) II e III, apenas.
 - (D) III, apenas.
 - (E) I, II e III.
7. (Enem, 2020) Um grupo sanguíneo, ou tipo sanguíneo, baseia-se na presença ou ausência de dois antígenos, A e B, na superfície das células vermelhas do sangue. Como dois antígenos estão envolvidos, os quatro tipos sanguíneos distintos são:
- Tipo A: apenas o antígeno A está presente;
 - Tipo B: apenas o antígeno B está presente;
 - Tipo AB: ambos os antígenos estão presentes;
 - Tipo O: nenhum dos antígenos está presente.

Disponível em: <http://saude.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 15 abr. 2012 (adaptado).

Foram coletadas amostras de sangue de 200 pessoas e, após análise laboratorial, foi identificado que em 100 amostras está presente o antígeno A, em 110 amostras há presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente. Dessas pessoas que foram submetidas à coleta de sangue, o número das que possuem o tipo sanguíneo A é igual a

- (A) 30.
 - (B) 60.
 - (C) 70.
 - (D) 90.
 - (E) 100.
-

8. (Enem digital, 2020) “1, 2, 3, GOL, 5, 6, 7, GOL, 9, 10, 11, GOL, 13, GOL, 15, GOL, 17, 18, 19, GOL, 21, 22, 23, GOL, 25, ...”

Para a Copa do Mundo de Futebol de 2014, um bar onde se reuniam amigos para assistir aos jogos criou uma brincadeira. Um dos presentes era escolhido e tinha que dizer, numa sequência em ordem crescente, os números naturais não nulos, trocando os múltiplos de 4 e os números terminados em 4 pela palavra GOL. A brincadeira acabava quando o participante errava um termo da sequência.

Um dos participantes conseguiu falar até o número 103, respeitando as regras da brincadeira.

O total de vezes em que esse participante disse a palavra GOL foi

- (A) 20.
- (B) 28.
- (C) 30.
- (D) 35.
- (E) 40.

9. (Enem cancelado, 2009) Uma pesquisa foi realizada para tentar descobrir, do ponto de vista das mulheres, qual é o perfil da parceira ideal procurada pelo homem do séc. XXI. Alguns resultados estão apresentados no quadro abaixo.

| O QUE AS MULHERES PENSAM QUE OS HOMENS PREFEREM | |
|--|--|
| 72% das mulheres têm certeza de que os homens odeiam ir ao shopping | 65% pensam que os homens preferem mulheres que façam todas as tarefas da casa |
| No entanto, apenas 39% dos homens disseram achar a atividade insuportável | No entanto, 84% deles disseram acreditar que as tarefas devem ser divididas entre o casal |

Correio Braziliense, 29 jun. 2008 (adaptado).

Se a pesquisa foi realizada com 300 mulheres, então a quantidade delas que acredita que os homens odeiam ir ao shopping e pensa que eles preferem que elas façam todas as tarefas da casa é

- (A) inferior a 80.
- (B) superior a 80 e inferior a 100.
- (C) superior a 100 e inferior a 120.
- (D) superior a 120 e inferior a 140.
- (E) superior a 140.

10. (Enem, 2004) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C_1 , C_2 e C_3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas.

Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C_1 e C_2 terão 10 páginas em comum; C_1 e C_3 terão 6 páginas em comum; C_2 e C_3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C_1 . Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:

- (A) 135.
 - (B) 126.
 - (C) 118.
 - (D) 114.
 - (E) 110.
-

Gabaritos

Exercícios de fixação

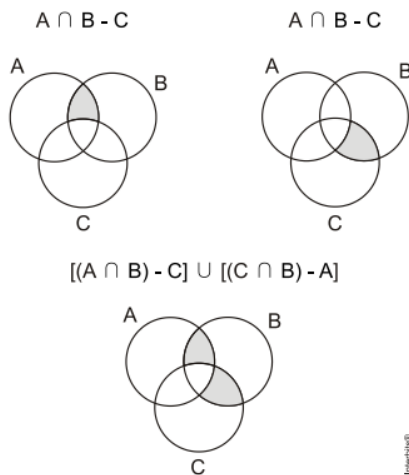
- B**
 $A \cup B$ significa a união dos conjuntos A e B. Então $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- C**
 $A \cap B$ significa a intersecção dos conjuntos A e B, ou seja, os elementos que pertencem a A e a B ao mesmo tempo. Então $A \cap B = \{3, 4, 5\}$
- C**
 $B - A$ significa os elementos que pertencem a B, mas não pertencem a A. Então, $B - A = \{6, 9\}$
- B**
Podemos afirmar que B é subconjunto de A ($B \subset A$), pois todos os elementos de B pertencem ao conjunto A.
- A**
O número de subconjuntos de um conjunto é dado por 2^n , onde n é o número de elementos de A. Se o número de subconjuntos de A é igual a 32, então:
 $2^n = 32$
 $2^n = 2^5$
 $n = 5$
Portanto, o número de elementos de A é igual a 5.

Exercícios de vestibulares

- E**
Todo melhor amigo de Eduardo é amigo de Eduardo. Logo, temos $M \subset E$. Ademais, como existe pelo menos um melhor amigo de Eduardo que não foi à festa, vem $M \not\subset F$.
Portanto, só pode ser a alternativa E.
 - B**
Sendo $K = \{2, 3, 5, 6, 11, 13, 17, 19\}$, podemos concluir que a resposta é $2^8 = 256$
 - E**
O complementar de B em A é a $A - B$, ou seja, os elementos que pertencem a A, mas não pertencem a B.

Portanto, $A - B = \{1, 5, 8\}$
 - E**
Como $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$, podemos ver que $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$, então $A \cup B = B$, pois $A \subset B$.
-

5. B

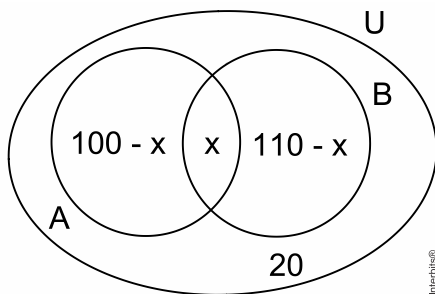


6. E

Testando qualquer número inteiro no lugar de n , por exemplo 1, conclui que A é o conjunto dos números pares e B dos ímpares. Com isso, as assertivas I, II e III são verdadeiras.

7. C

Considere o diagrama, em que A é o conjunto das pessoas que possuem o antígeno A e B é o conjunto das pessoas que possuem o antígeno B.



Sabendo que foram coletadas 200 amostras, devemos ter $100 - x + x + 110 - x + 20 = 200 \Leftrightarrow x = 30$.

Em consequência, podemos afirmar que $100 - 30 = 70$ pessoas possuem o tipo sanguíneo A.

8. C

Sejam os conjuntos $A = \{4, 8, 12, \dots, 100\}$ e $B = \{4, 14, 24, \dots, 94\}$. Queremos calcular $n(A \cup B)$. Logo, como $A \cap B = \{4, 24, 44, 64, 84\}$, temos

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= \frac{100}{4} + 10 - 5 \\ &= 30. \end{aligned}$$

9. C

$$N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B)$$

$$100\% = 72\% + 65\% - N(A \cap B)$$

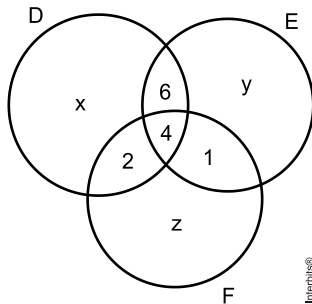
$$N(A \cap B) = 37\%$$

Calculando 37% de 300 temos 111 (maior que 100 e menor que 120).

10. C

Sejam os conjuntos D , E e F , cujos elementos são, respectivamente, as páginas dos catálogos C_1 , C_2 e C_3 .

Considere o diagrama abaixo.



Temos que

$$y = 45 - (6 + 4 + 1) = 34$$

e

$$z = 40 - (2 + 4 + 1) = 33.$$

Portanto, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a

$$50 + y + 1 + z = 50 + 34 + 1 + 33 = 118.$$